# Lógica em Computação
# .: Calculo Proposicional :.
# Prof. Luís Rodrigo

{luis.goncalves@ucp.br}
[http://lrodrigo.sgs.lncc.br/]

# Proposição

# e Conectivos

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

Lógica em Computação
Petrópolis, fevereiro de 2018
Versão: 8

Uma **proposição simples** (ou enunciado, ou sentença), é uma declaração que exprime um **pensamento com sentido completo**.

- A Lua é um satélite da Terra.
- Sócrates é um homem.
- Eu estudo Lógica.
- Todos os homens são mortais.

Uma **proposição simples** (ou enunciado, ou sentença), é uma declaração que exprime um **pensamento com sentido completo**.

- A Lua é um satélite da Terra.
- Sócrates é um homem.
- Eu estudo Lógica.
- Todos os homens são mortais.

Elas são **constituídas** por (i) um **sujeito**, (ii) um **verbo**, (iii) e seus **complementos**.

Proposições como:

“**se não chover, vou à praia**”, ou
“**vou aprender a dirigir e comprar um carro**”

São chamadas de **proposições compostas**

Elas são o resultado de **operações** sobre proposições simples.

O **valor lógico** (VL) associa à cada proposição simples:

- ☑ **verdadeiro** - V - T
- ☐ **falso** - F

# Proposição Simples

O valor lógico (VL) associa à cada proposição simples:

- ☑ verdadeiro - V - T
- ☐ falso - F

Logo, as sentenças:

- **A Lua é o satélite da Terra.**
- **Pedro Álvares Cabral descobriu o Brasil.**

São **verdadeiras**, e o seu valor lógico é **V**;

Já as proposições:

- Dante escreveu Os Lusíadas.
- O Brasil é uma monarquia.

São claramente falsas, e portanto assumem o valor lógico F.

Os Lusíadas foi escrito por Luís Vaz de Camões

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

O objeto de estudo da Lógica é examinar o **relacionamento** entre as **proposições**, em decorrência dos seus **valores lógicos**.

De acordo com os Princípios da Lógica, podemos afirmar que:

O objeto de estudo da Lógica é examinar o **relacionamento** entre as **proposições**, em decorrência dos seus **valores lógicos**.

De acordo com os Princípios da Lógica, podemos afirmar que:

- Toda **proposição** é necessariamente **verdadeira ou falsa**, não existindo outra possibilidade.
- Nenhuma proposição pode ser **verdadeira e falsa simultaneamente**.
- Toda proposição **verdadeira é sempre verdadeira,** não podendo ser ora verdadeira ora falsa.

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

Em linguagem simbólica, costumamos **representar as proposições** simples pelas **letras** **p, q, r, s, t,** etc.

Assim, se fizermos as seguintes representações:

# Proposição Simples

Em linguagem simbólica, costumamos **representar as proposições** simples pelas **letras p, q, r, s, t,** etc.

Assim, se fizermos as seguintes representações:

- **p – A Lua é o satélite da Terra.**
- **q – Pedro Álvares Cabral descobriu o Brasil.**
- **r – Dante escreveu Os Lusíadas.**
- **s – O Brasil é uma monarquia.**

Podemos escrever:

Em linguagem simbólica, costumamos **representar as proposições** simples pelas **letras** **p, q, r, s, t,** etc.

Assim, se fizermos as seguintes representações:

- **p – A Lua é o satélite da Terra.**
- **q – Pedro Álvares Cabral descobriu o Brasil.**
- **r – Dante escreveu Os Lusíadas.**
- **s – O Brasil é uma monarquia.**

Podemos escrever:

- [x] VL [ p ] = V
- [x] VL [ q ] = V
- [ ] VL [ r ] = F
- [ ] VL [ s ] = F

As **proposições compostas** são obtidas **combinando** proposições simples através dos conectivos.

A Lógica dispõe de cinco conectivos:

As **proposições compostas** são obtidas **combinando** proposições simples através dos conectivos.

A Lógica dispõe de cinco conectivos:

- **"e"**,
- **"ou"**,
- **"não"**,
- **"se – então"**,
- **"se e somente se"**.

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

## Exemplos de proposições compostas:

- João é magro e José é alto.
- Mário foi ao cinema, João foi ao teatro e Marcelo ficou em casa.
- Maria foi à praia ou ao mercado.
- Mário foi ao cinema ou Marcelo ficou em casa.
- A Lua não é o satélite da Terra.
- Se a chuva continuar a cair, então o rio vai transbordar.
- Se João estudar, será aprovado.
- João será aprovado se e somente se estudar.

A ação de combinar proposições é chamada "operação"

Os conectivos são chamados "operadores" e são representados por símbolos abaixo:

| Operação | Conectivo | Símbolo |
|---|---|---|
| Conjunção | e | $\wedge$ |
| Disjunção | ou | $\vee$ |
| Negação | não | $\neg$ ou ~ |
| Condicional | se ... então | $\rightarrow$ |
| Bicondicional | se e somente se | $\leftrightarrow$ |

Para **determinar** se uma **proposição composta** é **verdadeira** ou **falsa**, dependeremos de duas coisas:

1°) do **valor lógico** das **proposições** componentes; e

2°) do **tipo de conectivo** que as une.

# Operações e Conectivos

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

# Conjunção

**Conjunções** são proposições compostas que possuem o conectivo "**e**"

Simbolicamente, esse conectivo pode ser representado por "$\wedge$".

**Por exemplo, a sentença:**

- "**Marcos é médico e Maria é estudante**"

Pode ser representada por: **$p \wedge q$**

**Onde:**

- **p = Marcos é médico**
- **q = Maria é estudante.**

Uma **conjunção** somente será **verdadeira**, se **ambas** as **proposições** componentes **forem verdadeiras**.

Logo a sentença:

"**Marcos é médico e Maria é estudante**",

Será verdadeira se:

**Marcos é médico → Verdade**

**Maria é estudante → Verdade**

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

Uma **conjunção** somente será **verdadeira**, se **ambas** as **proposições** componentes **forem verdadeiras**.

Logo a sentença:

"**Marcos é médico** **e** **Maria é estudante**",

Será verdadeira se:

**Marcos é médico** → **Verdade**

**Maria é estudante** → **Verdade**

⭐Se pelo menos **uma** das sentença for **Falsa** a **conjunção** será **Falsa**.

Essas conclusões podem ser resumidas em uma pequena tabela, denominada **tabela-verdade**

Tabela verdade:

- deve ser de fácil construção e de fácil entendimento.
- contem todos os valores (V e F) que as posições podem assumir
- assim como o Valor Lógico da proposição composta.
- a quantidade de linhas da tabela verdade é igual a dois (2) elevado a quantidade de sentenças que formam a posição composta.
- a quantidade de linhas = $2^n+1$

Retomemos nossas proposição

"**Marcos é médico e Maria é estudante**"

Ela pode ser decomposta nas premissas:

- p = Marcos é médico
- q = Maria é estudante.

Retomemos nossas proposição
"Marcos é médico e Maria é estudante"

Ela pode ser decomposta nas premissas:

- p = Marcos é médico
- q = Maria é estudante.

Como temos apenas duas premissas, nossa tabela verdade terá 2ˆ2+1 linhas, ou seja 5 linhas

# Conjunção

Retomemos nossas proposição
“**Marcos é médico e Maria é estudante**”

Ela pode ser decomposta nas premissas:

- p = Marcos é médico
- q = Maria é estudante.

Como temos apenas duas premissas, nossa tabela verdade terá $2\hat{}^{2}+1$ linhas, ou seja 5 linhas

| p | q | p^q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | F |

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

***Um conjunção só será verdadeira, quando ambas as partes que a compõem também forem verdadeiras. E falsa nos demais casos.***

| p | q | p^q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | F |

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

Se as proposições **p** e **q** forem representadas como **conjuntos**, em vez da **tabela** utilizamos um diagrama;

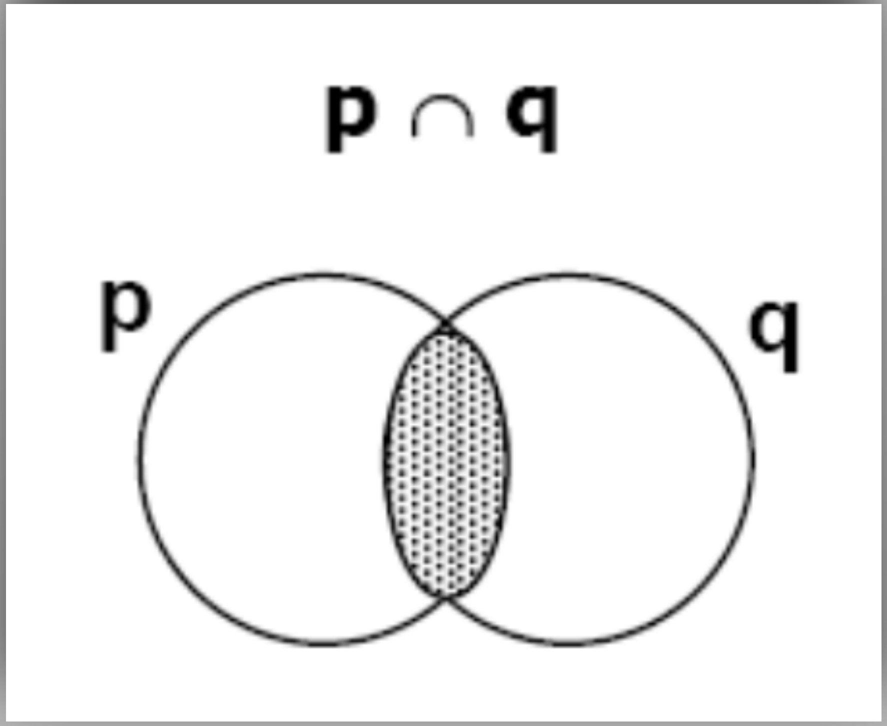
A conjunção **"p e q"** corresponderá à interseção do conjunto **p** com o conjunto **q**.

**Teremos:**

Se as proposições **p** e **q** forem representadas como **conjuntos**, em vez da **tabela** utilizamos um diagrama;

A conjunção “p e q” corresponderá à interseção do conjunto p com o conjunto q.

**Teremos:**



# Tabela Verdade

## Construindo uma tabela verdade

- A **quantidade de possibilidade** de valores de uma tabela verdade depende da **quantidade de sentenças** que compões a proposição;
- A quantidade de **possibilidade** é dada por $2^n$, onde **n** é a quantidade de proposições
- A **quantidade de linhas** da tabela é igual a quantidade de possibilidades mais um ($2^n+1$)
- A **quantidade de colunas**, também depende da **quantidade de proposições**.

# Construindo uma tabela verdade

Quando trabalhamos com proposições formadas por **duas premissas**, nossa tabela será formada por **três colunas**

- 2 para as premissas
- 1 para conclusão

# Construindo uma tabela verdade

Quando trabalhamos com proposições formadas por **duas premissas**, nossa tabela será formada por **três colunas**

- 2 para as premissas
- 1 para conclusão

Supondo uma sentença formada por:

- 2 sentenças ( p , q )
- e 1 conectivo ( ^ )

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

# Construindo uma tabela verdade

Quando trabalhamos com proposições formadas por **duas premissas**, nossa tabela será formada por **três colunas**

- 2 para as premissas
- 1 para conclusão

Supondo uma sentença formada por:

- 2 sentenças ( p , q )
- e 1 conectivo ( ^ )

Nossa Tabela terá:

- Linhas = 2^n+1 = 2^2 +1 = 4 +1 = 5
- Colunas = 2 sentenças + 1 Conclusão = 3

# Construindo uma tabela verdade

Quando trabalhamos com proposições formadas por **duas premissas**, nossa tabela será formada por **três colunas**

- 2 para as premissas
- 1 para conclusão

Supondo uma sentença formada por:

- 2 sentenças ( p , q )
- e 1 conectivo ( ^ )

Nossa Tabela terá:

- Linhas = 2^n+1 = 2^2 +1 = 4 +1 = 5
- Colunas = 2 sentenças + 1 Conclusão = 3

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

# Construindo uma tabela verdade

**Para as colunas temos as seguintes regras:**

1. Dispor as proposições componentes em **ordem alfabética**.
2. Dispor as operações na **ordem de precedência (???)**
3. A ultima coluna será a **conclusão**

| p | q | p^q |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

ps: O segundo passo será estudado no futuro

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

# Construindo uma tabela verdade

**Para as linhas temos as seguintes regras:**

1. Alternar **V** e **F** para a coluna do último componente.
2. Alternar **VV** e **FF** para a coluna do penúltimo componente.
3. Alternar **VVVV** e **FFFF** para a coluna do antepenúltimo componente.
4. Prosseguir dessa forma, se houver mais componentes, sempre dobrando o numero de **V's** e **F's** para cada coluna à esquerda.

| p | q | p^q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | F |


Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

# Disjunção

Recebe o nome de **Disjunção** toda **proposição** composta em que as partes estejam unidas pelo **conectivo ou**.

Simbolicamente, **representaremos** esse conectivo por "$\vee$".

Por exemplo, temos a sentença:

"**Marcos é médico ou Maria é estudante**"

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

Recebe o nome de **Disjunção** toda **proposição** composta em que as partes estejam unidas pelo **conectivo ou**.

Simbolicamente, **representaremos** esse conectivo por "$\vee$".

Por exemplo, temos a sentença:

"**Marcos é médico ou Maria é estudante**"

Que a representaremos por:

- **$p \vee q$**

Uma disjunção será falsa quando as duas partes que a compõem forem falsas!

E nos demais casos, a disjunção será verdadeira!

Desta forma, a tabela verdade da Disjunção será:

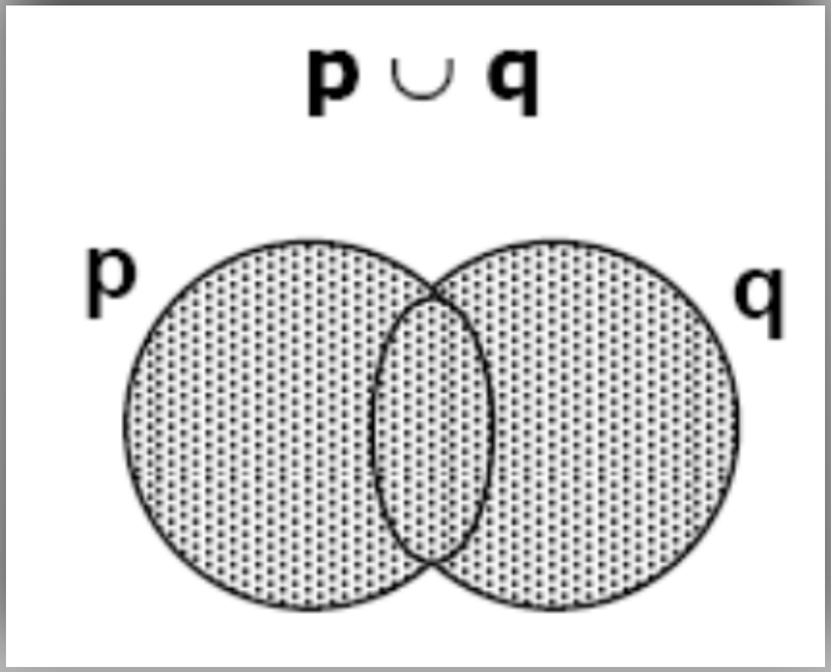
Uma **disjunção** será **falsa** quando as **duas partes** que a compõem forem **falsas**!

E nos demais casos, a disjunção será verdadeira!

Desta forma, a tabela verdade da Disjunção será:

| p | q | p∨q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

Se as proposições p e q forem representadas como conjuntos e por meio de um diagrama, a **disjunção** "p ou q" corresponderá à **união** do conjunto p com o conjunto q,



Há um tipo de proposição composta, bem parecido com a disjunção que acabamos de ver, mas com uma pequena diferença.

**Comparemos as duas sentenças abaixo:**

- **"Te darei uma bola OU te darei uma bicicleta"**
- **"OU te darei uma bola OU te darei uma bicicleta"**

Há um tipo de proposição composta, bem parecido com a disjunção que acabamos de ver, mas com uma pequena diferença.

**Comparemos as duas sentenças abaixo:**

- **"Te darei uma bola OU te darei uma bicicleta"**
- **"OU te darei uma bola OU te darei uma bicicleta"**

**A diferença é sutil, mas importante.**

- Na **primeira sentença,** se a primeira parte for verdade, isso não impedirá que a segunda parte também o seja.
- Já na **segunda proposição**, se for verdade que "**te darei uma bola**", então **não** **será dada a bicicleta**. E vice-versa.

A segunda estrutura apresenta duas situações **mutuamente excludentes**

**Apenas uma** delas pode ser **verdadeira**, e a restante será necessariamente falsa.

- Ambas **nunca poderão ser**, ao mesmo tempo, **verdadeiras**;
- Ambas nunca poderão ser, ao mesmo tempo, **falsas**.

# Disjunção Exclusiva

A segunda estrutura apresenta duas situações **mutuamente excludentes**

**Apenas uma** delas pode ser **verdadeira**, e a restante será necessariamente falsa.

- Ambas **nunca poderão ser**, ao mesmo tempo, **verdadeiras**;
- Ambas nunca poderão ser, ao mesmo tempo, **falsas**.

- A presença dos **dois** conectivos "**ou**", determina que uma sentença é necessariamente verdadeira, e a outra, necessariamente falsa.

# Disjunção Exclusiva

Uma Disjunção Exclusiva só será **verdadeira** se houver **uma das sentenças verdadeira e a outra falsa**.

Nos demais casos, a disjunção exclusiva será falsa.

O símbolo que designa a disjunção exclusiva é o "**$\underline{\vee}$**".

E a tabela-verdade será:

Uma Disjunção Exclusiva só será **verdadeira** se houver **uma das sentenças verdadeira e a outra falsa**.

Nos demais casos, a disjunção exclusiva será falsa.

O símbolo que designa a disjunção exclusiva é o "$\underline{\vee}$".

E a tabela-verdade será:

| p | q | $p \underline{\vee} q$ |
|---|---|---|
| V | V | F |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

# Condicional

São exemplo de sentenças condicionais:

- **Se** Pedro é médico, **então** Maria é dentista.
- **Se** amanhecer chovendo, **então** não irei à praia.
- **Se** nasci em Petrópolis, **então** sou petropolitano.

São exemplo de sentenças condicionais:

- **Se** Pedro é médico, **então** Maria é dentista.
- **Se** amanhecer chovendo, **então** não irei à praia.
- **Se** nasci em Petrópolis, **então** sou petropolitano.

Só há uma forma da sentença ser **falsa**, quando a **primeira parte for verdadeira e a segunda for falsa**.

São exemplo de sentenças condicionais:

- **Se** Pedro é médico, **então** Maria é dentista.
- **Se** amanhecer chovendo, **então** não irei à praia.
- **Se** nasci em Petrópolis, **então** sou petropolitano.

Só há uma forma da sentença ser **falsa**, quando a **primeira parte for verdadeira e a segunda for falsa**.

Suponha o sentença:

- **Se** nasci em Petrópolis, **então** sou carioca.

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

São exemplo de sentenças condicionais:

- **Se** Pedro é médico, **então** Maria é dentista.
- **Se** amanhecer chovendo, **então** não irei à praia.
- **Se** nasci em Petrópolis, **então** sou petropolitano.

Só há uma forma da sentença ser **falsa**, quando a **primeira parte for verdadeira e a segunda for falsa**.

Suponha o sentença:

- **Se** nasci em Petrópolis, **então** sou carioca.

A **primeira** parte é **verdadeira**, mas a **segunda** é **falsa**, logo a condicional é **falsa**

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

Independentemente dos exemplos utilizados:

- a **primeira** parte da condicional é uma **condição** que deve **ser suficiente** para obtenção de um resultado necessário.

Independentemente dos exemplos utilizados:

- a **primeira** parte da condicional é uma **condição** que deve **ser suficiente** para obtenção de um resultado necessário.

Se alguém afirmar que:

- “Pedro ser rico é **condição suficiente** para Maria ser médica”

Então podemos reescrever essa sentença, usando o formato da condicional:

Independentemente dos exemplos utilizados:

- a **primeira** parte da condicional é uma **condição** que deve **ser suficiente** para obtenção de um resultado necessário.

Se alguém afirmar que:

- "Pedro ser rico é **condição suficiente** para Maria ser médica"

Então podemos reescrever essa sentença, usando o formato da condicional:

- "**Se** Pedro for rico, **então** Maria é médica"

A sentença condicional :

- "**Se p, então q**"

É representada por uma seta:

- **p → q**

A sentença condicional :

- "Se p, então q"

É representada por uma seta:

- p → q

Na proposição "Se p, então q",

- a proposição p é denominada de antecedente,
- enquanto a proposição q é dita conseqüente.

Uma Condicional só será falsa quando **houver a condição suficiente, mas o resultado necessário não se confirmar.**

Ou seja, quando a primeira parte for verdadeira, e a segunda for falsa.

Nos demais casos, a condicional será verdadeira.

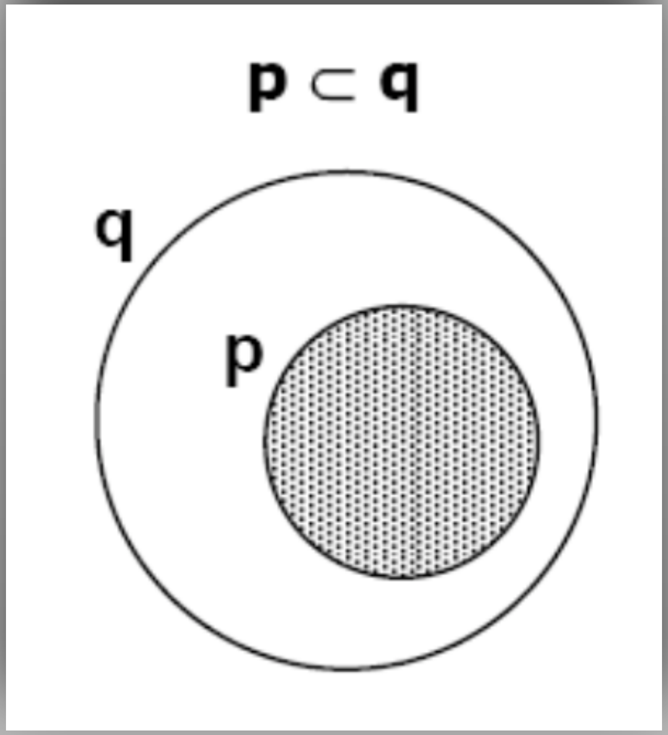
Uma Condicional só será falsa quando **houver a condição suficiente, mas o resultado necessário não se confirmar.**

Ou seja, quando a primeira parte for verdadeira, e a segunda for falsa.

Nos demais casos, a condicional será verdadeira.

| p | q | p → q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | F | V |

Se as proposições p e q forem representadas como conjuntos e por meio de um diagrama, a proposição condicional "Se p então q" corresponderá à inclusão do conjunto p no conjunto q (p está contido em q):



# Bicondicional

Este conectivo pode ser representado como:

- "**se e somente se**"

Por exemplo:

- "Eduardo fica alegre **se e somente se** Mariana sorri".

Este conectivo pode ser representado como:

- "**se e somente se**"

Por exemplo:

- "Eduardo fica alegre **se e somente se** Mariana sorri".

As sentenças abaixo possuem o mesmo significado

- "Eduardo fica alegre **somente se** Mariana sorri **e** Mariana sorri **somente se** Eduardo fica alegre".
- "**Se** Eduardo fica alegre, **então** Mariana sorri **e se** Mariana sorri, **então** Eduardo fica alegre".

A Bicondicional é uma conjunção entre as duas proposições condicionais:

- “Eduardo fica alegre somente se Mariana sorri e Mariana sorri somente se Eduardo fica alegre”.

- “Se Eduardo fica alegre, então Mariana sorri e se Mariana sorri, então Eduardo fica alegre”.

Há duas situações em que a **bicondicional** será verdadeira:

- Quando antecedente e consequente forem, ambos, Verdadeiros
- Quando antecedente e consequente forem, ambos, Falsos

Nos demais casos, a **bicondicional** será falsa.

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

Uma Bicondicional:

- "p se e somente se q"

É representada por:

- $p \leftrightarrow q$

E sua tabela verdade será:

| p | q | $p \leftrightarrow q$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | V |

Uma Bicondicional:

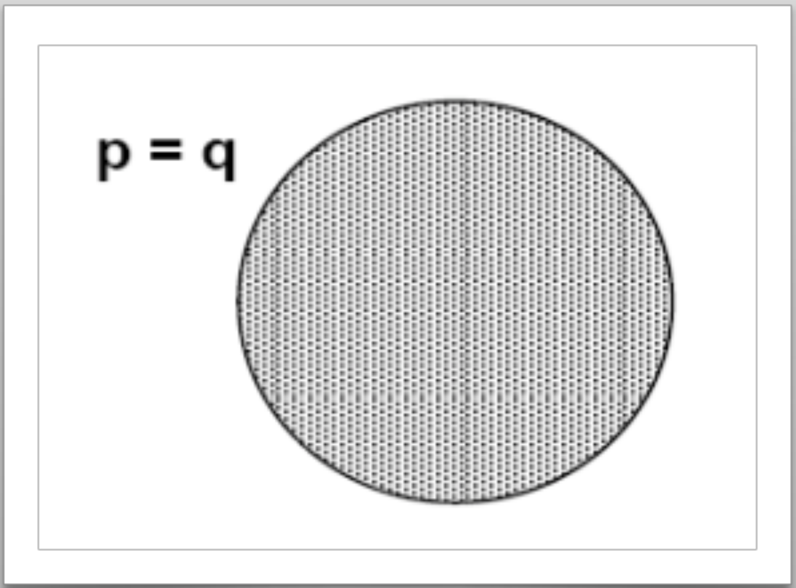
- “p se e somente se q”

É representada por:

- $p \leftrightarrow q$

E sua tabela verdade será:

Se as proposições p e q forem representadas como conjuntos e por meio de um diagrama, a proposição **bicondicional** "p **se e semente se** q" corresponderá à **igualdade** dos conjunto p e q:




Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

# Negação

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

# Partícula “Não” - Negação

Este partícula, é um operador “unário” que permite negar uma proposição

- **Negar** uma proposição, significa inverter o seu valor lógico.

Este partícula, é um operador “unário” que permite negar uma proposição

- **Negar** uma proposição, significa inverter o seu valor lógico.

Exemplos de Negações:

- João é médico. **Negativa:** João não é médico.
- Maria é estudante. **Negativa:** Maria não é estudante.

Este partícula, é um operador "unário" que permite negar uma proposição

- Negar uma proposição, significa inverter o seu valor lógico.

Caso a sentença original já possua uma negativa, então para negar a negativa, teremos que excluir a partícula "não".

- João não é médico.
  - **Negativa:** João é médico.
- Maria não é estudante.
  - **Negativa:** Maria é estudante.

Podem-se empregar, também, como **equivalentes** de "**não**", as seguintes expressões:

- **Não é verdade que** *A*.
- **É falso que** A.

Podem-se empregar, também, como **equivalentes** de "**não**", as seguintes expressões:

- **Não é verdade que** ***A***.
- **É falso que** A.

**Daí as seguintes frases são equivalentes:**

- Lógica **não é** fácil.
- **Não é verdade que** lógica é fácil.
- **É falso que** lógica é fácil.

Os **símbolo** que representam a negação são:

- uma pequena *cantoneira* (¬)
- ou um sinal de til (~), antecedendo a frase.

Em nosso curso usaremos o ***til*** (~)

# Negando Proposições

- Negando uma proposição conjuntiva:

$$\sim(p \wedge q)$$

- Para negar uma proposição conjuntiva devemos:

  1) Negaremos a primeira parte (~p);
  2) Negaremos a segunda parte (~q);
  3) Trocaremos e por ou.

- Traduzindo para a linguagem da lógica, dizemos que:

$$\sim(p \wedge q) = \sim p \vee \sim q$$

# Negando uma proposição conjuntiva

- A igualdade das duas proposições pode ser comprovada, por meio da comparação das tabelas verdades

- Primeiro vamos calcular **~(p ∧ q)**:

| p | q | (p ∧ q) | ~(p ∧ q) |
|---|---|---|---|
| V | V | V | F |
| V | F | F | V |
| F | V | F | V |
| F | F | F | V |

# Negando uma proposição conjuntiva

- Em seguida calculamos ~ p V ~ q:

| p | q | ~p | ~q | ~pV~q |
|---|---|---|---|---|
| V | V | F | F | F |
| V | F | F | V | V |
| F | V | V | F | V |
| F | F | V | V | V |

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

# Negando uma proposição conjuntiva

- Por meio da **comparação** da ultima coluna, ou do **resultado**, de ambas as tabelas podemos concluir que as proposições:
    - **~(p ∧q)**
    - **~p V ~q**
- Possuem o **mesmo resultado** lógico

- Quando duas proposições possuem em suas coluna resultado os mesmos valores podemos dizer que elas **são equivalentes**

- Logo, para provar a **equivalência lógica** entre das **proposições** devemos **comparar** a ultima coluna de suas **tabelas verdade**.

# Negando uma proposição disjuntiva

- Para negar uma proposição no formato de disjunção (**p ou q**)

  1) Negaremos a primeira parte (~p);
  2) Negaremos a segunda parte (~q);
  3) Trocaremos OU por E.

- Ou seja:

$$\sim(p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$$

# Negando uma proposição conjuntiva

- Construindo as tabelas verdade temos:

| p | q | pVq | ~(pVq) |
|---|---|---|---|
| V | V | V | F |
| V | F | V | F |
| F | V | V | F |
| F | F | F | V |

| p | q | ~p | ~q | ~p^~q |
|---|---|---|---|---|
| V | V | F | F | F |
| V | F | F | V | F |
| F | V | V | F | F |
| F | F | V | V | V |

| ~(pVq) | ~p^~q |
|---|---|
| F | F |
| F | F |
| F | F |
| V | V |

# Negando uma proposição condicional

- Para negar uma proposição condicional ($p \rightarrow q$)

1) Mantém-se a primeira parte; e
2) Nega-se a segunda parte.

- Ou seja:

$$\sim(p \rightarrow q) = p \wedge \sim q$$

# Negando uma proposição condicional

- Por exemplo:
  - A preposição "Se chover, então levarei o guarda-chuva"

  - Realizando a negação:
    - Mantendo a primeira parte: "Chove" E
    - Negando a segunda parte: "eu não levo o guarda-chuva".

  - *O Resultado final será:*
    - "Chove e eu não levo o guarda-chuva".

- Construindo as tabelas verdade temos:

| p | q | p→q | ~(p→q) |
|---|---|---|---|
| V | V | | |
| V | F | | |
| F | V | | |
| F | F | | |

| p | q | p | ~q | p^~q |
|---|---|---|---|---|
| V | V | | | |
| V | F | | | |
| F | V | | | |
| F | F | | | |

| ~(pVq) | ~p^~q |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |

# Negando uma proposição - Resumindo

- Resumindo as equivalencias

| Proposição | Negação | Equivalencia |
|---|---|---|
| (p^q) | ~(p^q) | ~p V ~q |
| (pVq) | ~(pVq) | ~p ^ ~q |
| (p→q) | ~(p→q) | p ^ ~q |
| (p↔q) | ~(p↔q) | (p^~q)V(q^~q) |

# Odem de precedência

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

Com o uso dos conectivos podemos criar proposições compostas como por exemplo:

**Se o deficit persistir e a arrecadação não aumentar, então ou aumentamos os impostos ou haverá inflação**

Que pode ser representadas pelas letras proposicionais:

- **p** – o deficit persistir
- **q** – a arrecadação aumentar
- **r** – aumentamos os impostos
- **s** – haverá inflação

**Se o deficit persistir e a arrecadação não aumentar, então ou aumentamos os impostos ou haverá inflação**

A proposição, acima, pode ser representada da seguinte forma:

$$p \wedge \neg q \rightarrow r \vee s$$

Mas, Antes de determinarmos o valor (V/F) de uma proposição composta devemos determinar a precedência dos conectivos.

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

A ordem de precedência dos conectivos é:

1. $\neg$
2. $\wedge, \vee$
3. $\rightarrow$
4. $\leftrightarrow$

Essa ordem de precedência indica que:

- A **negação** é a **primeira** a ser executada;
- em **seguida**, as operações de **conjunção** e **disjunção** na ordem em que estiverem dispostas;
- **depois** deve ser executada a operação de **condicionamento**, e,
- por **fim**, a de **bicondicionamento**.

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

## Roteiro para o calculo do valor lógico das proposições

1) Percorra a expressão da **esquerda para a direita**, executando as **operações de negação**, na ordem em que aparecerem.
2) Percorra novamente a expressão, executando as operações de **conjunção e disjunção**, na ordem em que aparecerem.
3) Percorra outra vez a expressão, executando desta vez as operações de **condicionamento,** na ordem em que aparecerem.
4) Percorra uma última vez a expressão, da esquerda para a direita, executando as operações de **bicondicionamento**, na ordem em que aparecerem.

Dessa forma, as operações da expressão:

$$p \land \neg q \rightarrow r \lor s$$

Serão executadas na seguinte ordem:

Dessa forma, as operações da expressão:

$$p \land \neg q \rightarrow r \lor s$$

Serão executadas na seguinte ordem:

$$p \underset{2}{\land} \underset{1}{\neg} q \underset{4}{\rightarrow} r \underset{3}{\lor} s$$

Em alguns casos podemos utilizar **parêntese** para facilitar a **indicação da precedência** e **evitar mal entendidos**.

Por Exemplo: $\mathbf{p} \leftrightarrow \mathbf{q} \vee \neg \mathbf{r} \rightarrow \mathbf{s} \wedge \neg \mathbf{t}$

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

Em alguns casos podemos utilizar **parêntese** para facilitar a **indicação da precedência** e **evitar mal entendidos**.

Por Exemplo: $(p \leftrightarrow q \vee (\neg r \rightarrow s)) \wedge \neg t$

Quando utilizamos parênteses, podemos utilizar o seguinte algoritmo:

- Percorra a expressão até **encontrar o primeiro ")"**.
- **Volte até encontrar o "(" correspondente**, delimitando assim um trecho da expressão sem parênteses.
- **Execute o Algoritmo Ordem de Precedência** sobre a expressão delimitada.
- **Elimine** o par de **parênteses** encontrado.
- **Repita** o processo

Aplicando o algoritmo anterior à proposição a seguir

$$(p \leftrightarrow q \vee (\neg r \rightarrow s)) \wedge \neg t$$

Obteremos a seguinte ordem

Aplicando o algoritmo anterior à proposição a seguir

$$(p \leftrightarrow q \vee (\neg r \rightarrow s)) \wedge \neg t$$

Obteremos a seguinte ordem

$$(p \underset{4}{\leftrightarrow} q \underset{3}{\vee} (\underset{1}{\neg} r \underset{2}{\rightarrow} s)) \underset{6}{\wedge} \underset{5}{\neg} t$$

# Tabela Verdade

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

- Desenvolva a tabela verdade da expressão proposicional:

$$p \vee q \rightarrow p \wedge q$$

Desenvolva a tabela verdade da expressão proposicional:

$$p \vee q \rightarrow p \wedge q$$

| p | q | $p \vee q$ | $p \wedge q$ | $p \vee q \rightarrow p \wedge q$ |
|---|---|---|---|---|
| V | V | | | |
| V | F | | | |
| F | V | | | |
| F | F | | | |

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

- Desenvolva a tabela verdade da expressão proposicional:

$$p \vee q \rightarrow p \wedge q$$

| p | q | $p \vee q$ | $p \wedge q$ | $p \vee q \rightarrow p \wedge q$ |
|---|---|---|---|---|
| V | V | V | | |
| V | F | V | | |
| F | V | V | | |
| F | F | F | | |

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

- Desenvolva a tabela verdade da expressão proposicional:

$$p \vee q \rightarrow p \wedge q$$

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ | $p \wedge q$ | $p \vee q \rightarrow p \wedge q$ |
|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | |
| V | F | V | F | |
| F | V | V | F | |
| F | F | F | F | |

- Desenvolva a tabela verdade da expressão proposicional:

$$p \vee q \rightarrow p \wedge q$$

| p | q | $p \vee q$ | $p \wedge q$ | $p \vee q \rightarrow p \wedge q$ |
|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V |
| V | F | V | F | F |
| F | V | V | F | F |
| F | F | F | F | V |

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

- Desenvolva a tabela verdade da expressão proposicional:

$$(p \rightarrow q) \vee \neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$$

$$(p \rightarrow q) \vee \neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$$

| p | q | r | $p \rightarrow q$ | $p \leftrightarrow r$ | $\neg r$ | $(p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r$ | $\neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$ | $(p \rightarrow q) \vee \neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | | | | | | |
| V | V | F | | | | | | |
| V | F | V | | | | | | |
| V | F | F | | | | | | |
| F | V | V | | | | | | |
| F | V | F | | | | | | |
| F | F | V | | | | | | |
| F | F | F | | | | | | |

$$(p \rightarrow q) \vee \neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$$

| p | q | r | $p \rightarrow q$ | $p \leftrightarrow r$ | $\neg r$ | $(p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r$ | $\neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$ | $(p \rightarrow q) \vee \neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | | | | | |
| V | V | F | V | | | | | |
| V | F | V | F | | | | | |
| V | F | F | F | | | | | |
| F | V | V | V | | | | | |
| F | V | F | V | | | | | |
| F | F | V | V | | | | | |
| F | F | F | V | | | | | |

$$(p \rightarrow q) \vee \neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$$

| p | q | r | $p \rightarrow q$ | $p \leftrightarrow r$ | $\neg r$ | $(p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r$ | $\neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$ | $(p \rightarrow q) \vee \neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V | | | | |
| V | V | F | V | F | | | | |
| V | F | V | F | V | | | | |
| V | F | F | F | F | | | | |
| F | V | V | V | F | | | | |
| F | V | F | V | V | | | | |
| F | F | V | V | F | | | | |
| F | F | F | V | V | | | | |

$$(p \rightarrow q) \vee \neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$$

| p | q | r | $p \rightarrow q$ | $p \leftrightarrow r$ | $\neg r$ | $(p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r$ | $\neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$ | $(p \rightarrow q) \vee \neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V | F | | | |
| V | V | F | V | F | V | | | |
| V | F | V | F | V | F | | | |
| V | F | F | F | F | V | | | |
| F | V | V | V | F | F | | | |
| F | V | F | V | V | V | | | |
| F | F | V | V | F | F | | | |
| F | F | F | V | V | V | | | |

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

# $(p \rightarrow q) \vee \neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$

| p | q | r | $p \rightarrow q$ | $p \leftrightarrow r$ | $\neg r$ | $(p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r$ | $\neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$ | $(p \rightarrow q) \vee \neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V | F | F | | |
| V | V | F | V | F | V | V | | |
| V | F | V | F | V | F | F | | |
| V | F | F | F | F | V | V | | |
| F | V | V | V | F | F | V | | |
| F | V | F | V | V | V | V | | |
| F | F | V | V | F | F | V | | |
| F | F | F | V | V | V | V | | |

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

$$(p \rightarrow q) \vee \neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$$

| p | q | r | $p \rightarrow q$ | $p \leftrightarrow r$ | $\neg r$ | $(p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r$ | $\neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$ | $(p \rightarrow q) \vee \neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V | F | F | V | |
| V | V | F | V | F | V | V | F | |
| V | F | V | F | V | F | F | V | |
| V | F | F | F | F | V | V | F | |
| F | V | V | V | F | F | V | F | |
| F | V | F | V | V | V | V | F | |
| F | F | V | V | F | F | V | F | |
| F | F | F | V | V | V | V | F | |

$$(p \rightarrow q) \vee \neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$$

| p | q | r | $p \rightarrow q$ | $p \leftrightarrow r$ | $\neg r$ | $(p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r$ | $\neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$ | $(p \rightarrow q) \vee \neg ((p \leftrightarrow r) \rightarrow \neg r)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V | F | F | V | V |
| V | V | F | V | F | V | V | F | V |
| V | F | V | F | V | F | F | V | V |
| V | F | F | F | F | V | V | F | F |
| F | V | V | V | F | F | V | F | V |
| F | V | F | V | V | V | V | F | V |
| F | F | V | V | F | F | V | F | V |
| F | F | F | V | V | V | V | F | V |

Desenvolva a tabela verdade para:

- $(p \leftrightarrow q \vee (\neg r \rightarrow s)) \wedge \neg t$
- $p \wedge \neg q \rightarrow r \vee s$
- $\sim(p \vee \sim q)$
- $(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$
- $(p \wedge \sim q) \rightarrow (q \vee \sim r)$
- $p \vee \sim r \rightarrow q \wedge \sim r$
- $p \rightarrow (q \leftrightarrow s \wedge r)$

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo

Prof. Luis Rodrigo
luis.goncalves@ucp.br
http://lrodrigo.sgs.lncc.br
http://www.lncc.br/~lrodrigo