

Lógica Matemática – Lista de Exercícios – 04 – Equivalência e Inferência

Baseado no material do prof. João Roberto Gerônimo ($\wedge \vee \sim \rightarrow \leftrightarrow \Leftrightarrow \Rightarrow$)

1. Diga em cada caso, qual a lei de equivalência está sendo usada.

01. $\sim(\sim(P \vee Q)) \Leftrightarrow P \vee Q.$
02. $(P \vee Q) \wedge \sim R \Leftrightarrow \sim R \wedge (P \vee Q)$
03. $[P \rightarrow (Q \Leftrightarrow R)] \vee [P \rightarrow (Q \Leftrightarrow R)] \Leftrightarrow [P \rightarrow (Q \Leftrightarrow R)]$
04. $\sim(\sim(\sim P)) \Leftrightarrow \sim P$
05. $P \wedge (Q \rightarrow R) \Leftrightarrow (Q \rightarrow R) \wedge P.$
06. $\sim P \rightarrow (Q \wedge S) \Leftrightarrow \sim(Q \wedge S) \rightarrow P.$
07. $(P \rightarrow \sim Q) \wedge (\sim R \wedge S) \Leftrightarrow [(P \rightarrow \sim Q) \wedge \sim R] \wedge S.$
08. $\sim P \wedge Q \Leftrightarrow \sim(P \vee \sim Q).$
09. $[P \rightarrow (Q \wedge R) \wedge (P \vee \sim P)] \Leftrightarrow P \rightarrow (Q \wedge R).$
10. $(P \vee R) \wedge (R \vee Q) \Leftrightarrow R \vee (P \wedge Q).$
11. $(P \wedge Q) \rightarrow \sim R \Leftrightarrow \sim(P \wedge Q \wedge R).$
12. $P \vee Q \Leftrightarrow \sim(\sim P \wedge \sim Q).$
13. $[(P \wedge R) \rightarrow S] \rightarrow \sim Q \Leftrightarrow Q \rightarrow \sim[(P \wedge R) \rightarrow S]$
14. $(P \rightarrow \sim Q) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \rightarrow (P \wedge \sim P).$
15. $(\sim P \rightarrow \sim Q) \wedge (Q \vee \sim Q) \Leftrightarrow Q \rightarrow P.$
16. $\sim(\sim P \wedge (Q \vee R)) \Leftrightarrow \sim((\sim P \wedge Q) \vee (\sim P \wedge R)).$
17. $\sim(P \rightarrow Q) \wedge R \Leftrightarrow \sim(\sim R \vee (P \rightarrow Q)).$
18. $(P \rightarrow Q) \wedge (\sim Q \wedge \sim P) \Leftrightarrow ((P \rightarrow Q) \wedge \sim Q) \wedge \sim P.$
19. $(Q \wedge \sim R) \vee (R \wedge \sim R) \Leftrightarrow Q \wedge \sim R.$
20. $\sim P \rightarrow (Q \rightarrow R) \Leftrightarrow P \vee (Q \rightarrow R).$

2. Diga em cada caso qual a regra de inferência que está sendo usada.

01. $\sim P \Rightarrow Q \vee \sim P.$
02. $(P \vee \sim Q) \wedge Q \Rightarrow P.$
03. $(P \rightarrow \sim Q) \wedge P \Rightarrow \sim Q.$
04. $(\sim P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow \sim R) \Rightarrow (\sim P \rightarrow \sim R).$
05. $\sim P \wedge Q \Rightarrow \sim P.$
06. $(P \rightarrow (P \rightarrow Q)) \wedge P \Rightarrow (P \rightarrow Q).$
07. $(P \rightarrow \sim Q) \wedge (Q \rightarrow \sim R) \Rightarrow (P \vee Q) \rightarrow (\sim Q \vee \sim R) *$
08. $(\sim P \rightarrow Q) \wedge \sim Q \Rightarrow P.$
09. $(\sim P \vee Q) \wedge \sim Q \Rightarrow \sim P.$
10. $(\sim P \rightarrow Q) \wedge \sim P \Rightarrow Q.$
11. $((P \rightarrow Q) \vee R) \wedge \sim R \Rightarrow (P \rightarrow Q).$
12. $P \wedge \sim P \Rightarrow R \wedge S \wedge \sim Q.$
13. $((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)) \vee (S \rightarrow R) \Rightarrow (\sim R \vee \sim(P \rightarrow R)) \rightarrow (\sim S \vee \sim(P \rightarrow Q)).$
14. $((P \wedge Q) \rightarrow (R \wedge S)) \wedge ((R \wedge S) \rightarrow \sim P) \Rightarrow (P \wedge Q) \rightarrow \sim P.$
15. $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \Rightarrow (P \rightarrow R).$
16. $P \Rightarrow P \vee \sim P.$
17. $((R \rightarrow S) \rightarrow R) \wedge (R \rightarrow S) \Rightarrow R.$
18. $(P \rightarrow (P \vee Q)) \wedge \sim(P \vee Q) \Rightarrow \sim P.$
19. $(P \vee Q) \wedge (R \vee S) \Rightarrow P \vee Q \vee R \vee S.$
20. $((P \rightarrow Q) \vee R) \wedge \sim S \Rightarrow R \vee \sim R.$
21. $((P \rightarrow Q) \rightarrow R) \wedge (R \rightarrow (Q \rightarrow P)) \Rightarrow (P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow P).$
22. $(\sim(P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow R)) \vee \sim(Q \rightarrow P) \Rightarrow (P \rightarrow Q).$
23. $((P \wedge Q) \vee R) \wedge \sim(P \wedge Q) \Rightarrow R.$
24. $(\sim P \rightarrow \sim Q) \wedge \sim P \Rightarrow \sim Q.$
25. $(P \rightarrow Q) \wedge R \Rightarrow (P \rightarrow Q).$

3. Mostre que :

- 3.1) $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \leftrightarrow \sim q)$.
3.2) $(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim p \leftrightarrow \sim q)$ não é uma tautologia.
3.3) $[(p \rightarrow q) \wedge \sim p] \rightarrow \sim q$ é equivalente à $(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim p \leftrightarrow \sim q)$.

4. Dada a proposição: $[a \rightarrow (b \wedge \sim c)] \leftrightarrow [b \rightarrow (\sim a \vee c)]$

- 4.1) Construa sua tabela-verdade;
4.2) Diga se é uma tautologia (justifique);
4.3) Diga se a proposição é equivalente à proposição $[\sim a]$

5. Prove ou disprove as proposições abaixo:

- 5.1) $(Q \rightarrow P) \leftrightarrow (P \wedge Q)$
5.2) $(P \wedge \sim Q) \Rightarrow (P \rightarrow Q)$

6. Verifique se as proposições abaixo correspondem à uma inferência, equivalência ou a uma contingencia.

- 6.1) $(p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$
6.2) $(p \wedge \sim p) \rightarrow (q \vee p)$
6.3) $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \leftrightarrow (p \wedge q) \rightarrow r$.
6.4) $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge p)$
6.5) $[(p \rightarrow r) \rightarrow (q \rightarrow r)] \leftrightarrow [(p \wedge q) \rightarrow r]$.
6.6) $(p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$
6.7) $(p \wedge \sim p) \rightarrow (q \vee p)$
6.8) $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \leftrightarrow (p \wedge q) \rightarrow r$.
6.9) $[p \wedge (\sim q)] \rightarrow [(\sim p) \vee q]$
6.10) $(p \wedge q \wedge r) \leftrightarrow [(\sim p) \vee (\sim q) \vee (\sim r)]$
6.11) $(p \wedge q) \rightarrow q \vee p$.
6.12) $\sim(p \rightarrow q) \leftrightarrow \sim p \vee q$.

7. Utilizando as regras de inferência e equivalência lógicas, mostre as seguintes tautologias.

- 7.1) $(q \wedge r) \rightarrow p \Leftrightarrow [q \rightarrow (r \rightarrow p)]$
 7.2) $(p \rightarrow q) \rightarrow r \Leftrightarrow r \vee (p \wedge \sim q)$
 7.3) $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$
 7.4) $[(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)] \Leftrightarrow [p \rightarrow (q \vee r)]$
 7.5) $(p \wedge q) \vee \sim p \Leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$
 7.6) $(r \vee s) \vee \sim s \Leftrightarrow r$
 7.7) $(p \wedge q) \rightarrow r \Leftrightarrow [(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$
 7.8) $p \Rightarrow (p \wedge q) \vee \sim p$
 7.9) $(p \rightarrow q) \wedge p \Leftrightarrow p \wedge q$
 7.10) $[p \rightarrow (p \wedge q)] \Leftrightarrow (p \rightarrow q)$
 7.11) $[(p \rightarrow q) \rightarrow q] \Leftrightarrow (p \vee q)$
 7.12) $[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)] \Leftrightarrow [p \rightarrow (q \wedge r)]$
 7.13) $[\sim(p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)] \Leftrightarrow \sim p$
 7.14) $p \Rightarrow (p \wedge q) \vee \sim q$
 7.15) $(p \rightarrow q) \wedge p \Leftrightarrow p \wedge q$
 7.16) $(p \wedge q) \vee \sim p \Leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$
 7.17) $(r \vee s) \vee \sim s \Leftrightarrow r$
 7.18) $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$
 7.19) $[(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)] \Leftrightarrow [p \rightarrow (q \vee r)]$
 7.20) $[(p \vee q) \leftrightarrow (p \wedge q)] \Leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$
 7.21) $(p \wedge q) \vee \sim p \Leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$
 7.22) $P \wedge (Q \rightarrow P) \Leftrightarrow P \vee (P \wedge \sim Q)$
 7.23) $(P \wedge Q) \vee (P \wedge \sim Q) \Leftrightarrow P$
 7.24) $(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow \sim Q) \Leftrightarrow \sim P$
 7.25) $P \rightarrow (P \vee Q) \Leftrightarrow P \vee \sim P$
 7.26) $[((P \rightarrow Q) \wedge P) \rightarrow Q] \wedge (P \rightarrow Q) \Leftrightarrow (P \rightarrow Q)$
 7.27) $((P \rightarrow (Q \vee R)) \wedge \sim R) \rightarrow (P \rightarrow Q) \Leftrightarrow (P \wedge \sim Q) \rightarrow P$
 7.28) $P \Rightarrow P \wedge (P \vee Q)$
 7.29) $P \vee (P \wedge Q) \Rightarrow P$
 7.30) $(\sim P \vee Q \vee R) \wedge P \wedge \sim Q \Rightarrow R$
 7.31) $(P \wedge Q) \vee (P \wedge R) \Rightarrow (Q \vee R)$
 7.32) $P \wedge (Q \rightarrow R) \wedge [(P \rightarrow Q) \vee (R \rightarrow S)] \wedge \sim R \Rightarrow (Q \rightarrow S)$
 7.33) $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$
 7.34) $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$
 7.35) $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (p \vee q \rightarrow q)$
 7.36) $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow \sim p \vee q$
 7.37) $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \sim q) \Leftrightarrow \sim p$
 7.38) $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow [p \rightarrow (p \wedge q)]$
 7.39) $(p \rightarrow q) \Rightarrow [(p \wedge r) \rightarrow (q \wedge r)].$